

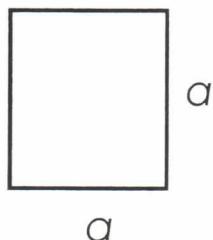
ТЕМА: «Сложные фигуры»

Подготовил – учитель-методист Виталий Кузборский

Решая геометрические задачи довольно часто можно встретить задачи с нестандартными фигурами – фигурами, полученными в результате комбинаций простых фигур (квадратов, прямоугольников, треугольников, кругов и др.). В большинстве таких задач ставятся два вопроса – найти периметр фигуры и её площадь. Именно нахождению периметров и площадей посвящена наша тема.

Сначала вспомним формулы для нахождения периметров и площадей самых простых фигур.

Квадрат



$$P = 4a$$

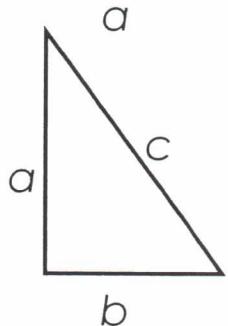
$$S = a^2$$

Прямоугольник



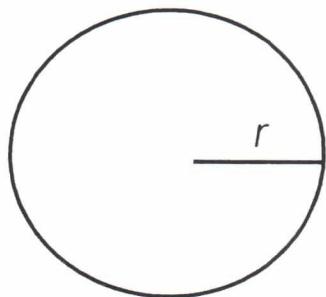
$$P = 2(a+b)$$

$$S = ab$$

Прямоугольный
треугольник

$$P = a + b + c$$

$$S = \frac{1}{2}ab \text{ или } S = a \cdot b : 2$$

Окружность,
круг

$$C = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$

Примечание. Знак умножения между двумя буквами или между буквой и числом обычно не ставится. Поэтому вместо $4 \cdot a$ пишут $4a$, вместо $a \cdot b$ пишут ab .

А теперь подробнее разберёмся с последней фигурой. Длину окружности и площадь круга изучают в 6 классе. Из уроков (или заглянув в учебник) мы узнали, что длина окружности $C \approx 2 \cdot 3,14 \cdot r = 3,14 \cdot d$. В формулу входит сложное и «странные» число, приближённо равное 3,14. Оказывается, для любой окружности, её длина в одно и то же число раз больше диаметра. И это число равно $3,1415926\dots$. Число

является бесконечной непериодической дробью (старшеклассники называют его *иррациональным числом*). Пользоваться таким числом неудобно, да и чаще всего такая большая точность нам не нужна, поэтому число округляют и пишут 3,14. Но и это делают не всегда. Часто это число обозначают буквой π (греческая буква «пи»). И во многих задачах число π в таком «буквенном» виде и присутствует. Даже в ответе остаётся. Конечно, если нам нужно получить числовой ответ или в условии требуется округлить до нужного разряда, мы заменим π на его приближённое значение 3,14 и доведём вычисления до конца.

Вот 2 примера.

1) Найти длину окружности, радиус которой равен 7 см.

Решение: $C = 2\pi r = 2 \cdot \pi \cdot 7 = 14\pi$ (см).

2) Найти площадь круглого бассейна, радиус которого 5 м.

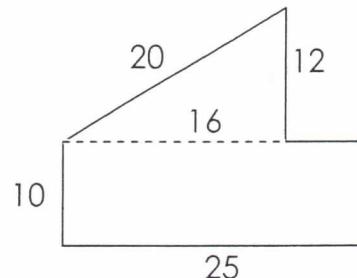
Решение: $S = \pi r^2 = \pi \cdot 5^2 = 25\pi \approx 25 \cdot 3,14 = 78,5$ (м^2)

В первом случае мы оставили ответ с π , а во втором заменили π на числовое значение.

А теперь перейдём непосредственно к нахождению площадей и периметров более сложных, комбинированных фигур.

ЗАДАЧА 1.

По данным чертежа найти периметр и площадь фигуры.



Решение:

Данный шестиугольник состоит из двух фигур – прямоугольника и прямоугольного треугольника. Его периметром будет сумма шести сторон (отрезок, проведённый пунктиром, не входит в периметр, т. к. не является границей фигуры). Найдём неизвестный отрезок верхней стороны прямоугольника.

$$25 - 16 = 9 \text{ (ед.)}$$

Тогда $P = 10 + 25 + 10 + 9 + 12 + 20 = 86$ (ед.)

Найдём площадь. Очевидно, что $S = S_{\text{прямоугольника}} + S_{\text{треугольника}}$

$$S_{\text{прямоугольника}} = 10 \cdot 25 = 250 \text{ (кв. ед.)}$$

$$S_{\text{треугольника}} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 12 = 96 \text{ (кв. ед.)}$$

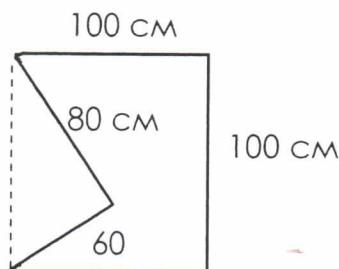
$$\text{Тогда } S = 250 + 96 = 346 \text{ (кв. ед.)}$$

Ответ: $P = 86$, $S = 346$.

Примечание.

Когда в условии не указаны единицы измерения (см, м, км, дм и др.), их называют *условными единицами* и обозначают: **ед.** – единиц и **кв. ед.** – квадратных единиц или не обозначают совсем (как в ответе).

ЗАДАЧА 2.



По данным чертежа найти периметр и площадь фигуры.

Решение:

Квадрат имеет вырез в форме прямоугольного треугольника. Получился пятиугольник.

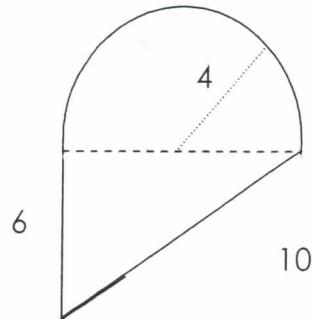
$$P = 100 \cdot 3 + 60 + 80 = 440 \text{ (см)}$$

$$S = S_{\text{прямоугольника}} - S_{\text{треугольника}} = 100 \cdot 100 - \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 80 = 10000 - 2400 = 7600 \text{ (см}^2\text{)}$$

Ответ: $P = 440 \text{ см}$, $S = 7600 \text{ см}^2$.

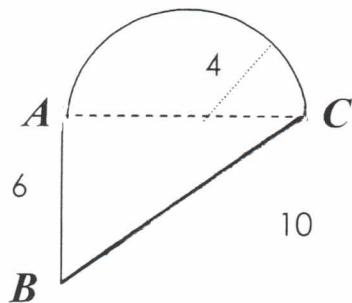
ЗАДАЧА 3.

По данным чертежа найти периметр и площадь фигуры.



Решение:

Данная фигура представляет собой комбинацию прямоугольного треугольника и полукруга, радиус которого 4.



Для удобства обозначим вершины фигуры. Найдём периметр. Он состоит из двух сторон треугольника (10 и 6) и полуокружности. Длина полуокружности будет

$$C : 2 = (2 \cdot \pi \cdot r) : 2 = \pi \cdot r.$$

Тогда

$$P = AB + BC + дуга CA = 10 + 6 + \pi \cdot 4 = 16 + 4\pi.$$

Теперь вычислим площадь.

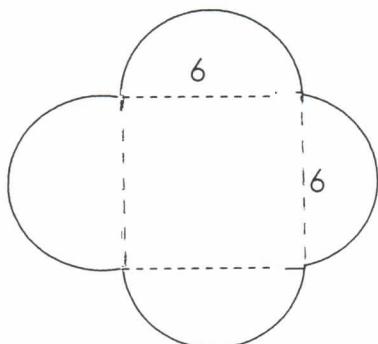
$$S = S_{\text{треугольника}} + S_{\text{полукруга}}$$

Сторона AC равна диаметру окружности, т. е. $AC = 4 + 4 = 8$.

$$S = 6 \cdot 8 : 2 + \pi \cdot 4^2 = 24 + 16\pi.$$

Ответ: $P = 16 + 4\pi$, $S = 24 + 16\pi$.

ЗАДАЧА 4.



По данным чертежа найти периметр и площадь фигуры.

Решение:

Здесь мы видим комбинацию квадрата и четырёх полукругов. Периметром будет замкнутая линия, состоящая из четырёх одинаковых дуг – полуокружностей. Каждые две дуги в сумме дают окружность. Значит, получится сумма длин двух окружностей. Сторона квадрата, равная 6, является также и диаметром окружности. Значит, радиус $r = 6 : 2 = 3$

$$P = 2 \cdot C = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3 = 12\pi \text{ (ед.)}$$

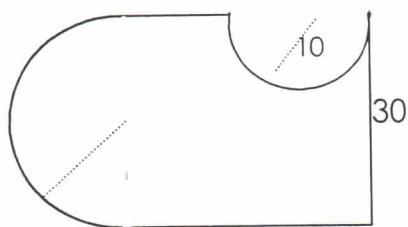
Площадь фигуры состоит из площади квадрата и площадей четырёх полукругов (или двух кругов).

$$S = S_{\text{квадрата}} + 2 S_{\text{круга}} = 6^2 + 2 \cdot \pi \cdot 3^2 = 36 + 18\pi \text{ (кв.ед.)}$$

Ответ: $P = 12\pi$, $S = 36 + 18\pi$.

Примечание. Обратите внимание, что сумму $36 + 18\pi$ упростить нельзя, т. к. одно слагаемое – обычное число, а второе – число с буквой. Ответ остается в таком виде. Лишь, если вместо π подставить 3,14, вычисления можно довести до конца. $S = 36 + 18\pi \approx 36 + 18 \cdot 3,14 = 36 + 56,52 = 92,52$ (кв. ед.).

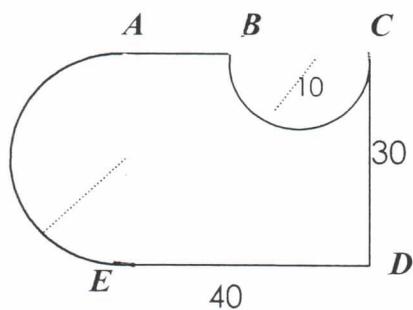
ЗАДАЧА 5.



По данным чертежа найти периметр и площадь фигуры.

Решение:

Обозначим вершины этой фигуры.



Периметр состоит из трёх отрезков (AB, CD, DE) и двух дуг-полуокружностей (полуокружность BC, радиуса 10, и полуокружность AE, радиус которой не указан). Так как CD = AE = 30, то нам известен диаметр большей полуокружности. Тогда её радиус равен 15. Отрезок BC = 10 + 10 = 20. Тогда AB = 40 - 20 = 20.

$$P = AB + \text{дуга } BC + CD + DE + \text{дуга } EA$$

$$P = 20 + 2\pi \cdot 10 : 2 + 30 + 40 + 2\pi \cdot 15 : 2 = 90 + 10\pi + 15\pi = 90 + 25\pi.$$

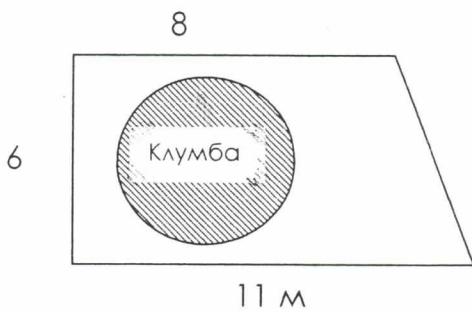
Чтобы найти площадь надо к площади прямоугольника прибавить площадь большого полукруга и отнять площадь маленького полукруга.

$$S = 40 \cdot 30 + \pi \cdot 15^2 - \pi \cdot 10^2 = 1200 + 225\pi - 100\pi = 1200 + 125\pi.$$

Ответ: P = 90 + 25π, S = 1200 + 125π.

ЗАДАЧА 6.

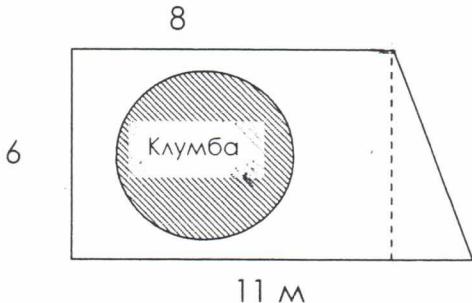
С



На чертеже изображён двор. Диаметр клумбы 4 м. Сколько килограммов семян потребуется, чтобы засеять травой этот двор (без клумбы), если 1 кг семян хватает на 24 м² (*ответ округлить до десятых*).

Решение:

Двор можно поделить на 2 части – прямоугольник и треугольник, стороны которого 6м и 11-8=3м.



$$S = S_{\text{прямоугольника}} + S_{\text{треугольника}} - S_{\text{круга}} = 6 \cdot 8 + 6 \cdot 3 : 2 - \pi \cdot 2^2 = 48 + 9 + 4\pi \approx 57 + 4 \cdot 3,14 = 69,56 \text{ м}^2$$

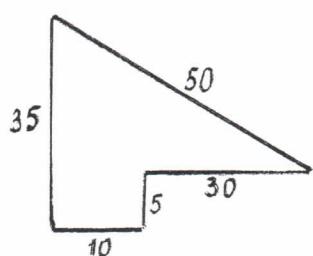
$$69,56 : 24 = 2,8983333\dots \approx 2,9 \text{ кг.}$$

Ответ: примерно 2,9 кг

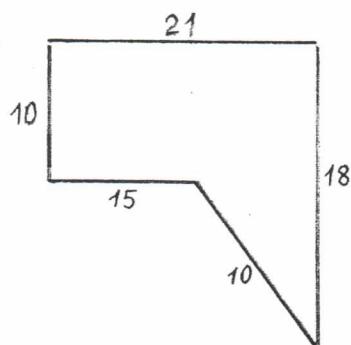
КОНТРОЛЬНОЕ ЗАДАНИЕ

По данным чертежа вычислить периметр и площадь фигуры (№ 1 – № 7)

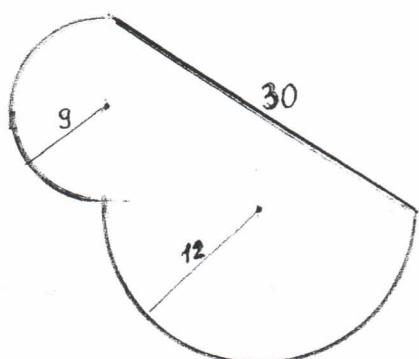
1.



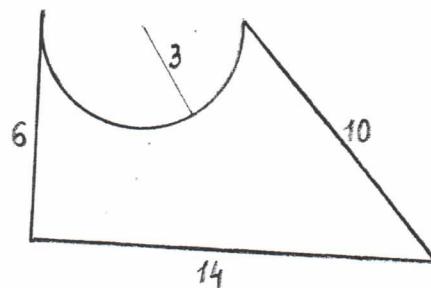
2.



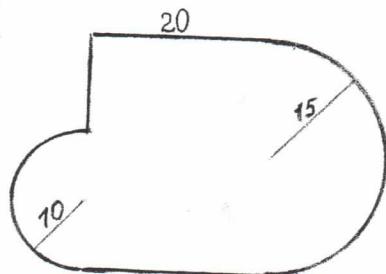
3.



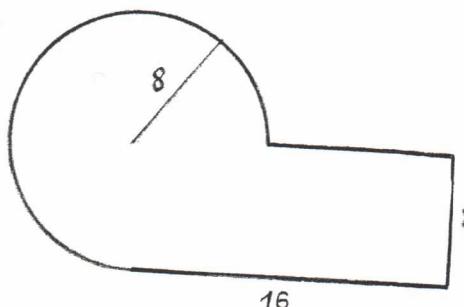
4.



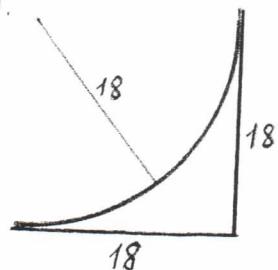
5.



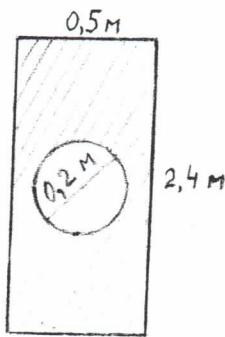
6.



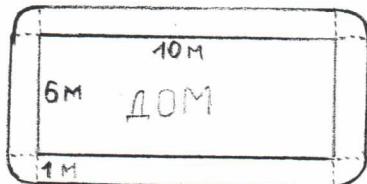
7.



8. Маша шьёт себе плащевую накидку от дождя. В центре прямоугольного куска ткани сделан круглый вырез для головы. Все внутренние и внешние края накидки надо обшить лентой. Сколько метров ленты понадобится? (Ответ округлить до сотых).



9. Фермер хочет вокруг дома засыпать дорожку шириной 1 м. Сколько тонн песка потребуется, если на 1 м² уходит 1,6 т песка? (Ответ округлить до десятых).



10. Стадион имеет форму прямоугольника с полуокружностями на концах. Ширина боковой дорожки 3 м. Найти площадь дорожки (Ответ округлить до единиц).

